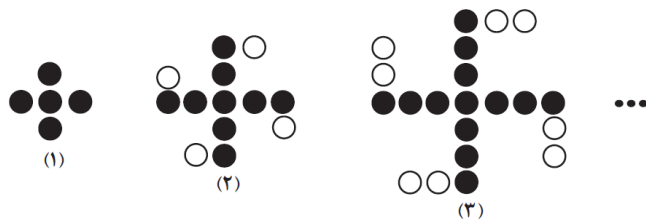


①



گزینه درست: ۲

سوال ۱

گزینه «۲»

$$\text{مهره‌های رنگی: } 5, 9, 13, \dots \xrightarrow{\text{الگو خطی}} a_n = 5 + 4(n-1) = 4n + 1$$

$$\text{کل مهره‌ها: } 5, 13, 21, \dots \xrightarrow{\text{الگو خطی}} a_n = 5 + 8(n-1) = 8n - 3$$

$$\Rightarrow (4n + 1) + (8n - 3) = 12n - 2 \xrightarrow{n=11} 12 \times 11 - 2 = 130$$

یادآوری: جمله عمومی الگوی خطی از رابطه $a_n = a + d(n-1)$ به دست می‌آید که a همان جمله اول و d همان فاصله ثابت میان جملات است.

②

گزینه درست: ۳

سوال ۲

گزینه «۳»

جملات اول هر دسته به صورت $2, 4, 8, 14, \dots$ می‌باشند که تشکیل یک دنباله درجه دوم داده‌اند.

$$a_x = ax^2 + bx + c$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = a + b + c = 2 \\ a_2 = 4a + 2b + c = 4 \\ a_3 = 9a + 3b + c = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3a + b = 2 \\ 5a + b = 4 \end{array} \quad 2a = 2$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow a_x = x^2 - x + 2 \xrightarrow{a_{20}} \text{چمله اول دسته بیستم}$$

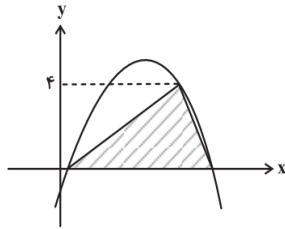
$$= 400 - 20 + 2 = 382$$

جملات هر دسته تشکیل دنباله‌ای حسابی با قدر نسبت $d = 2$ می‌دهند.

بنابراین آخرین جمله دسته برابر است با $42 = 19 \times 2 + 382$ در یک دنباله حسابی میانگین جملات برابر است با میانگین جملات اول و آخر. پس مجموع جملات دسته بیستم برابر است با:

$$20 \times \frac{382 + 42}{2} = 10 \times 424 = 4240$$

۳



گزینه درست: ۲

سوال ۳

گزینه «۲»

قاعده مثلث هاشورخورده اختلاف صفرهای تابع و ارتفاع آن برابر ۴ است.

$$\text{قاعده} = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{16 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{12}}{|a|} = \frac{2\sqrt{3}}{|a|}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{3}}{|a|} \right) (4) = 4\sqrt{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

دهانه‌های سهمی رو به پایین است، پس $a = -\frac{1}{2}$ و در نتیجه $c = -2$ پس معادله سهمی داده شده $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 2$ است که مجموع صفرهای آن برابر $8 = -\frac{4}{-\frac{1}{2}}$ است.

۴

گزینه درست: ۲

سوال ۴

گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2} \times \sqrt[6]{10 - 2\sqrt{21}} &\rightarrow \sqrt[6]{7 + 2\sqrt{21} + 3} \times \sqrt[6]{10 - 2\sqrt{21}} \\ &\rightarrow \sqrt[6]{10 + 2\sqrt{21}} \times \sqrt[6]{10 - 2\sqrt{21}} \rightarrow \sqrt[6]{10^2 - (2\sqrt{21})^2} \\ \sqrt[6]{100 - 4(21)} &= \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[3]{4} \end{aligned}$$

۵

گزینه درست: ۱

سوال ۵

گزینه «۴»

ابتدا از اتحادها کمک می‌گیریم و عبارت را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\sqrt[3]{x^3} - 1)(x\sqrt[3]{x} + 1 + \sqrt[3]{x^3})}{(x - 1)^3} = \frac{(\sqrt[3]{x^3})^3 - 1}{(x - 1)^3} \\ &= \frac{x^3 - 1}{(x - 1)^3} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)^3} = \frac{(x + 1)}{(x - 1)^2} \xrightarrow{x = \sqrt{2} + 1} \\ A &= \left(\frac{\sqrt{2} + 1 + 1}{(\sqrt{2} + 1 - 1)^2} \right) = \frac{(\sqrt{2} + 2)}{2} = 0.5(2 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

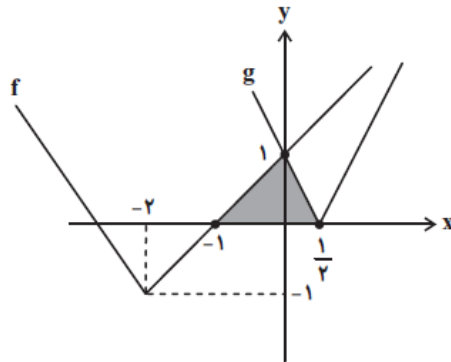
۶

گزینه درست: ۲

سوال ۶

گزینه «۲»

برای رسم نمودار تابع f ، نمودار $y = |x|$ را دو واحد به چپ و یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم. برای رسم g نیز، نمودار تابع $y = |x|$ را ابتدا ۱ واحد به راست انتقال می‌دهیم و سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار توابع f و g در شکل زیر رسم شده‌اند:



مثلت رنگی در شکل، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right) (1) = \frac{3}{4}$$

۷

گزینه درست: ۴

سوال ۷

گزینه «۴»

باید مقدار $f(x)$ کمتر از ۲ باشد پس باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{(k-1)x^2 + 4x + 3}{x^2 - x + 1} &< 2 \quad \text{چون عبارت مخرج } a > 0 \text{ و } \Delta < 0 \text{ است} \\ &\quad \text{پس همواره مثبت می باشد} \\ (k-1)x^2 + 4x + 3 &< 2x^2 - 2x + 2 \\ \rightarrow (k-3)x^2 + 6x + 1 &< 0 \end{aligned}$$

اگر این نامعادله بخواهد همواره برقرار باشد یعنی عبارت درجه دو همواره منفی بوده پس:

$$\begin{cases} a < 0 : k - 3 < 0 \rightarrow k < 3 \\ \Delta < 0 : 36 - 4(k - 3) < 0 \rightarrow 12 < k \end{cases}$$

اشتراک دو شرط، تهی است پس هیچ مقدار k پاسخ صحیح است.

۸

گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

برای این که اشتراک دو بازه ناتهی باشد، الزاماً $\frac{m}{2} > \frac{1}{m-1}$ باید باشد:

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} - \frac{1}{m-1} &= \frac{m^2 - m - 2}{2(m-1)} > 0 \\ \Rightarrow \frac{(m-2)(m+1)}{2(m-1)} &> 0 \\ \begin{array}{c|cccccc} m & & -1 & & 1 & & 2 \\ \hline \text{عبارت} & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \\ \Rightarrow m \in (-1, 1) \cup (2, +\infty) &= (-1, +\infty) - [1, 2] \end{aligned}$$

۹

گزینه درست: ۱

سوال ۹

گزینه «۱»

وقتی در دنباله هندسی جملات زوج از جملات فرد بزرگتر هستند به این معنی است که قدرنسبت دنباله منفی است.

$$\begin{cases} a_6 = a_1 r^5 = 2 \\ a_{10} = a_1 r^9 = \frac{1}{8} \end{cases} \quad \div \rightarrow r^4 = \frac{1}{16} \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$$

$$a_1 r^5 = 2 \Rightarrow a_1 = -64$$

مجموع هفت جمله اول دنباله برابر است با:

$$\begin{aligned} S_7 &= \frac{a_1(1-r^7)}{1-r} = \frac{-64(1-(-\frac{1}{2})^7)}{1-(-\frac{1}{2})} = \frac{-64(1+\frac{1}{128})}{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{-128(1+\frac{1}{128})}{3} = \frac{-129}{3} = -43 \end{aligned}$$

۱۰

گزینه درست: ۲

سوال ۱۰

گزینه «۲»

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{-3a}{a} = -3$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 10 \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 10$$

$$(\alpha + \beta)^2 + 6 = 10 \Rightarrow \alpha + \beta = \pm 2$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{(+2)^2 - 2(-3)}{(-3)^2} = -\frac{26}{27} \\ \frac{(-2)^2 - 2(-3)}{(-3)^2} = \frac{26}{27} \end{cases}$$

۱۱

گزینه درست: ۴

سوال ۱۱

گزینه «۴»

ابتدا طرف چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$(\sqrt[3]{x^3} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^3}} + 1)(\sqrt[3]{x^3} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt[3]{x^3} \times \sqrt[3]{x^3} + 1 + \sqrt[3]{x^3}}{\sqrt[3]{x^3}} \right) (\sqrt[3]{x^3} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{x^3} + 1}{\sqrt[3]{x^3}} \right) (\sqrt[3]{x^3} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$$

با استفاده از اتحاد $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$ در صورت کسر، داریم:

$$\frac{(\sqrt[3]{x^3})^3 - 1^3}{\sqrt[3]{x^3}} = 2\sqrt[3]{x} \Rightarrow x^3 - 1 = (2\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{x^3})$$

$$\Rightarrow x^3 - 1 = 2x \Rightarrow x^3 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

(۱۲)

سوال ۱۲

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

می‌دانیم $\alpha + \beta = 3$ و $\alpha \cdot \beta = 1$ ، بنابراین α و β هر دو مثبت هستند. از طرفی چون α و β هر دو ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ هستند، پس در معادله صدق می‌کنند:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0 \Rightarrow 3\alpha - 1 = \alpha^2 \\ \beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \Rightarrow 3\beta - 1 = \beta^2 \end{cases} \\ \Rightarrow \sqrt[4]{3\alpha - 1} + \sqrt[4]{3\beta - 1} = \sqrt[4]{\alpha^2} + \sqrt[4]{\beta^2} \\ = \sqrt{|\alpha|} + \sqrt{|\beta|} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = A \xrightarrow{\text{توان } 2} \\ A^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha \cdot \beta} = 5 \xrightarrow{A > 0} A = \sqrt{5} \end{aligned}$$

(۱۳)

سوال ۱۳

گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

تابع f با دامنه $(1, +\infty)$ اکیداً نزولی است، پس داریم:

$$f(f(x)) > f(x+2) \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} f(x) < x+2$$

با در نظر گرفتن شرط دامنه باید نامعادله‌های زیر را حل کنیم:

$$\begin{aligned} x+2 > 2 - \sqrt{x-1} \geq 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} x+2 > 2 - \sqrt{x-1} \Rightarrow x > -\sqrt{x-1} \Rightarrow x \geq 1 \\ 2 - \sqrt{x-1} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \end{aligned}$$

اشتراک مجموعه‌های بالا بازه $[1, 2]$ است..

(۱۴)

سوال ۱۴

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f = \{(-4, x), (-1, 2x - x^2), (0, 2x^2 - 1)\}$$

برای اینکه f صعودی باشد، رابطه زیر باید برقرار باشد.

$$\begin{aligned} f(-4) \leq f(-1) \leq f(0) \\ \Rightarrow x \leq 2x - x^2 \leq 2x^2 - 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2x - x^2 \Rightarrow x^2 - x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - x^2 \leq 2x^2 - 1 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3} \text{ یا } x \geq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

اشتراک دو مجموعه بالا تنها $x = 1$ است.

(۱۵)

سوال ۱۵

گزینه درست: ۲

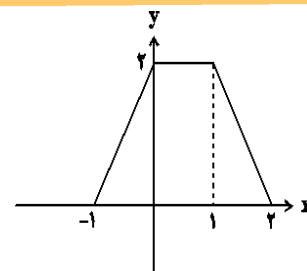
گزینه «۲»

به دلیل اینکه تابع f اکیداً صعودی است، $f(1) = 2$ و $f(3) = 4$. پس نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 4)$ روی تابع f قرار دارند. مختصات این نقاط بعد از تبدیل تابع f به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} A \Big|_2 \xrightarrow{g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 1} A' \Big|_5 \Rightarrow g(4) = 5 \Rightarrow g^{-1}(5) = 4 \\ B \Big|_4 \xrightarrow{g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 1} B' \Big|_9 \Rightarrow g(8) = 9 \Rightarrow g^{-1}(9) = 8 \end{aligned}$$

بنابراین حاصل $g^{-1}(5) + g^{-1}(9)$ برابر ۱۲ است.

۱۶

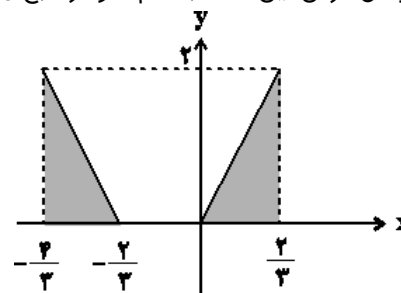


گزینه درست: ۴

سوال ۱۶

گزینه «۴»

نقاط $(-1, 0)$ ، $(0, 2)$ ، $(1, 2)$ و $(2, 0)$ روی نمودار تابع f به ترتیب به نقاط $\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$ ، $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$ ، $(0, 0)$ و $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$ نظیر می‌شوند، پس با وصل کردن این نقاط به هم نمودار تابع g حاصل می‌شود.



سطح سایه‌خورده، سطح موردنظر است که از دو مثلث هم‌نهشت تشکیل شده است و مساحت آن‌ها برابر است با:

$$S = 2 \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 \right) = \frac{4}{3}$$

۱۷

گزینه درست: ۳

سوال ۱۷

گزینه «۳»

A روی نمودار تابع $g(x) = 3f(5x - 1) + 4$ قرار دارد. پس داریم:

$$g(-1) = 10 \Rightarrow 3f(-6) + 4 = 10 \Rightarrow f(-6) = 2$$

حال نقطه متناظر با A را روی تابع $h(x) = 2f(-3x + k) + k$ می‌یابیم.

$$-3x + k = -6 \Rightarrow x = \frac{k+6}{3},$$

$$h\left(\frac{k+6}{3}\right) = 2f(-6) + k = 4 + k$$

پس نقطه $A\left(\frac{k+6}{3}, 4+k\right)$ روی نمودار تابع h قرار دارد. حال برای آنکه این نقطه بالای نیمساز ربع اول و سوم باشد. باید:

$$k + 4 > \frac{k+6}{3} \Rightarrow 2k > -6 \Rightarrow k > -3$$

به ازای -1 ، -2 ، k نقطه A بالای نیمساز ربع اول و سوم واقع می‌شود.

۱۸

گزینه درست: ۱

سوال ۱۸

گزینه «۱»

تبدیلات لازم را روی نمودار تابع $y = f(x)$ انجام می‌دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{طول نمودار ۲ برابر}} y = f\left(\frac{1}{2}x\right) \xrightarrow{\text{واحد به راست ۴}} y = f\left(\frac{1}{2}(x - 4)\right)$$

$$y = f\left(\frac{1}{2}(x - 4)\right) = f\left(\frac{1}{2}x - 2\right)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} g(x) = f\left(-\frac{1}{2}x - 2\right)$$

دامنه تابع g مجموعه $(-\infty, -2] \cup [6, +\infty)$ است. پس برای دامنه f داریم:

$$\begin{cases} x \leq -2 \Rightarrow -\frac{1}{2}x \geq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2}x - 2 \geq -1 \\ x \geq 6 \Rightarrow -\frac{1}{2}x \leq -3 \Rightarrow -\frac{1}{2}x - 2 \leq -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$$

۱۹

گزینه درست: ۱

سوال ۱۹

گزینه «۱»

قضیه تقسیم را برای تقسیم $f(x) - xf(1-x)$ بر $x^2 - x$ می‌نویسیم:

$$f(x) - xf(1-x) = x(x-1)q(x) + 2x + 1$$

$x = 0$ و $x = 1$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x = 0 : f(0) = 1$$

$$x = 1 : f(1) - f(0) = 3 \Rightarrow f(1) = 4$$

حال برای تقسیم دوم نیز قضیه تقسیم را می‌نویسیم:

$$(x+2)f(x) = x(x-1)(x+1)q'(x) + ax + b$$

مجدداً با جای‌گذاری $x = 0$ و $x = 1$ داریم:

$$x = 0 : 2f(0) = b \Rightarrow b = 2$$

$$x = 1 : 3f(1) = 12 = a + b \xrightarrow{b=2} a = 10$$

$$\Rightarrow a - b = 8$$

۲۰

گزینه درست: ۳

سوال ۲۰

گزینه «۳»

با استفاده از اتحاد $a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ چندجمله‌ای $P(x)$ را تجزیه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} P(x) &= x^{10} + x^5 = (x^2)^5 + x^5 \\ &= (x^2 + x)((x^2)^4 - (x^2)^3x + (x^2)^2x^2 - (x^2)x^3 + x^4) \\ &= (x^2 + x)(x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4) \\ &= (x^2 + x)Q(x) \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} Q(x) &= x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4 \\ &\Rightarrow Q(-1) = 5 \end{aligned}$$

۱

گزینه درست: ۴

سوال ۱

$$A \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} B + A \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \right) B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow AIB = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & \alpha - 1 \\ 0 & \beta + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = 1 \\ \beta + 1 = 3 \Rightarrow \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow (\alpha, \beta) = (1, 2)$$

۲

گزینه درست: ۱

سوال ۲

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$AB = BA = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a - c & 2b - d \\ a + 2c & b + 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a + b & -a + 2b \\ 2c + d & -c + 2d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2a - c = 2a + b \Rightarrow -c = b + c = 0$$

۳

گزینه درست: ۱

سوال ۳

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$$

$$A^{12} = (A^4)^3 = (-4I)^3 = -64I = \begin{bmatrix} -64 & 0 \\ 0 & -64 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A^{12} برابر (-128) است.

۴

گزینه درست: ۳

سوال ۴

گزینه «۳»

$$A^2 - 2A = I \Rightarrow A^2 = 2A + I \Rightarrow (A^2)^2 = (2A + I)^2$$

$$\Rightarrow A^4 = 4A^2 + 4AI + I^2 \Rightarrow A^4 = 4(2A + I) + 4A + I$$

$$= 12A + 5I \Rightarrow A^4 - 5I = 12A$$

۵

گزینه درست: ۱

سوال ۵

هیچ‌کدام از روابط داده شده در حالت کلی برقرار نیست.

«الف»: به عنوان مثال نقض، اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $AB = AC = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ است ولی $B \neq C$ می‌باشد.

«ب»: رابطه تنها زمانی برقرار است که دو ماتریس A و B تعویض‌پذیر باشند.

«پ»: به عنوان مثال نقض، اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه $AB = \bar{O}$ است ولی $A \neq \bar{O}$ و $B \neq \bar{O}$ می‌باشد.

۶

سوال ۶

گزینه درست: ۱

چون ماتریس A ، ماتریسی قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند. داریم:

$$2b + 1 = 0 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

با جای‌گذاری مقادیر a و b در ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} c-1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} (c-1)^2 & 0 \\ 0 & \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

ماتریس A^2 ، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند:

$$(c-1)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} c-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{2} \\ c-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\max(a+b+c) = -1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

۷

سوال ۷

گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

ستون سوم $B \times C$ $\times$ سطر دوم A $m_{23} =$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 8$$

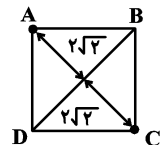
۸

سوال ۸

گزینه درست: ۴

گزینه ۴

می‌دانیم در مربع قطرهای عمودمنصف یکدیگرند و طول قطر مربع به ضلع ۴ برابر $4\sqrt{2}$ است که نصف آن $2\sqrt{2}$ می‌باشد.



اگر دو خط موازی با BD و به فاصله $2\sqrt{2}$ واحد از آن رسم کنیم، مربع را در دو نقطه A و C قطع می‌کنند. بنابراین مسئله دارای دو جواب است.

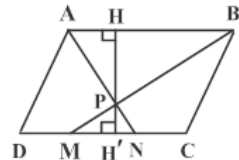


گزینه درست: ۱

سوال ۹

گزینه «۱»

دو مثلث PAB و PMN به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{PH}{PH'} = \frac{AB}{MN} = \frac{3}{1}$$

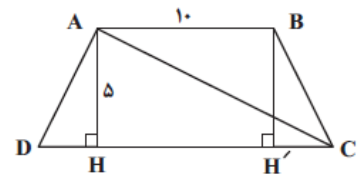
$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{PH + PH'}{PH'} = \frac{3 + 1}{1} \Rightarrow \frac{HH'}{PH'} = 4$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{PMN}} = \frac{HH' \times AB}{\frac{1}{3} PH' \times MN} = 3 \times \frac{HH'}{PH'} \times \frac{AB}{MN} = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

گزینه درست: ۲

سوال ۱۰

گزینه «۲»



مطابق شکل فرض کنید $AB = 10$ و $AH = 5$ باشد. در این صورت داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH (AB + CD)$$

$$\Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times 5 (10 + CD)$$

$$\Rightarrow 10 + CD = 24 \Rightarrow CD = 14$$

دو مثلث AHD و $BH'C$ هم‌زهشت هستند، بنابراین داریم:

$$DH = CH' = \frac{CD - AB}{2} = \frac{14 - 10}{2} = 2$$

$$\Rightarrow CH = CH' + HH' = 2 + 10 = 12$$

$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow AC = 13$$

①

گزینه درست: ۳

سوال ۱

گزینه «۳»

طبق اثبات به روش بازگشتی داریم:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &\geq 2x\left(y - z - \frac{x}{2}\right) \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 &\geq 2xy - 2xz - x^2 \\ (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 + 2xz + z^2) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (x - y)^2 + (x + z)^2 &\geq 0 \end{aligned}$$

رابطه اخیر بدیهی (همواره درست) است و تمام روابط برگشت پذیر هستند.

②

گزینه درست: ۳

سوال ۲

گزینه «۳»

اگر $a = 2$ و $b = 3$ باشد، آنگاه $ab = 6$ زوج است ولی $a + b = 5$ فرد می باشد. سایر موارد قضایای کلی هستند و همواره برقرارند.

③

گزینه درست: ۳

سوال ۳

گزینه «۳»

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} a = 6q + 1 &\xrightarrow{\times 4} 4a = 24q + 4 \\ a = 8q' + 5 &\xrightarrow{\times 3} 3a = 24q' + 15 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a = 24(q - q') - 11$$

$$\Rightarrow a = 24(q - q') - 24 + 24 - 11 = 24(\underbrace{q - q' - 1}_{q''}) + 13$$

$$\Rightarrow a = 24q'' + 13$$

بنابراین باقی مانده تقسیم a بر ۲۴، برابر ۱۳ است.

④

گزینه درست: ۴

سوال ۴

گزینه «۴»

$$\left. \begin{aligned} a|m + 7 &\xrightarrow{\times 3} a|3m + 21 \\ &a|3m + 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a|20$$

$$\xrightarrow{a > 0} a = 1, 2, 4, 5, 10, 20$$

پس ۶ مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد.

⑤

گزینه درست: ۳

سوال ۵

گزینه «۳»

اگر قضیه تقسیم را به صورت $a = 17q + 9$ ($q \in \mathbb{Z}$) بنویسیم، آنگاه داریم:

$$a + 50 = 17q + 59 = 17q + 51 + 8 = 17(q + 3) + 8$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم ۳ واحد افزایش یافته و باقی مانده آن به اندازه $9 - 8 = 1$ واحد کاهش می یابد.

۶

گزینه درست: ۲

سوال ۶

گزینه «۲»

با توجه به فرض و تجزیه اعداد، نتایج زیر حاصل می‌شود:

$$(2^3 \times 3 \times a, 2 \times 3^3 \times b) = 2^2 \times 3 \times 5$$

(۱) عدد b فقط یک عامل ۲ دارد ولی در مورد تعداد عوامل ۲ در عدد a ، اظهارنظر نمی‌توان کرد.

(۲) عدد a فاقد عامل ۳ است.

(۳) از بین دو عدد a و b ، یکی حتماً فقط یک عامل ۵ و دیگری حداقل یک عامل ۵ دارد.

(۴) اعداد a و b ، هیچ عامل اول مشترک بزرگ‌تر از ۵ ندارند.

(نتیجه کلی) بسته به این‌که عدد a عامل ۲ داشته باشد یا خیر، مقدار (a, b) یکی از اعداد ۱۰ یا ۵ می‌تواند باشد.

۷

گزینه درست: ۱

سوال ۷

گزینه «۱»

$$(8a + 6, 8a + 2) = 2(4a + 3, 4a + 1)$$

حال اگر $d' = (4a + 3, 4a + 1)$ ، آنگاه:

$$\begin{aligned} d' | 4a + 3 \\ d' | 4a + 1 \end{aligned} \Rightarrow d' | 2 \xrightarrow{0 < d'} d' = 1 \quad \text{یا} \quad 2$$

اما $d' = 2$ غیرقابل قبول است، زیرا $4a + 1$ عددی فرد است و داریم $2 | 4a + 1$. بنابراین $d' = 1$ و $d = 2d' = 2$.

۸

گزینه درست: ۲

سوال ۸

گزینه «۲»

ابتدا معادله منحنی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$2xy + 3y = 4x^2 + 1 \Rightarrow y = \frac{4x^2 + 1}{2x + 3}$$

برای یافتن نقاط با مختصات صحیح روی این منحنی باید داشته باشیم: $2x + 3 | 4x^2 + 1$ پس:

$$2x + 3 | 4x^2 + 1(1)$$

$$2x + 3 | 2x + 3 \Rightarrow 2x + 3 | (2x + 3)^2$$

$$\Rightarrow 2x + 3 | 4x^2 + 12x + 9(2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x + 3 | 12x + 8 \\ 2x + 3 | 6(2x + 3) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تعادل}} 2x + 3 | 10$$

$$2x + 3 = 1 \Rightarrow x = -12x + 3 = 5 \Rightarrow x = 1$$

$$2x + 3 = -1 \Rightarrow x = -22x + 3 = -5 \Rightarrow x = -4$$

$$2x + 3 = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}2x + 3 = 10 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$2x + 3 = -2 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}2x + 3 = -10 \Rightarrow x = -\frac{13}{2}$$

۹

گزینه درست: ۴

سوال ۹

گزینه «۴»

$$(5n + 3, 7n - 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 5n + 3 \\ d | 7n - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 35n + 21 \\ d | 35n - 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d | 31 \Rightarrow d = 15 | 31 \Rightarrow 31 | 5n + 3 \Rightarrow 31 | 5n + 3 + 62$$

$$\Rightarrow 31 | 5n + 65 \Rightarrow 31 | 5(n + 13)$$

$$\Rightarrow 31 | n + 13 \Rightarrow n + 13 = 31k$$

$$\Rightarrow n = 31k - 13$$

$k $	۱	۲	۳	۴	...
$n $	۱۸	۴۹	۸۰	۱۱۱	...

بزرگ‌ترین عدد دورقمی $80 =$

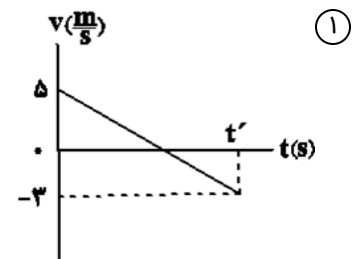
$$\left. \begin{array}{l} d|9n-1 \\ d|n+2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d|19$$

$$\Rightarrow d = 1 \text{ یا } 19 \xrightarrow{d \neq 1} d = 19$$

$$19|n+2 \Rightarrow n+2 = 19q \Rightarrow n = 19q - 2$$

$$\xrightarrow[n \geq 100]{q=6} n_{\min} = 112$$

پس جمع ارقام این عدد برابر ۴ است.

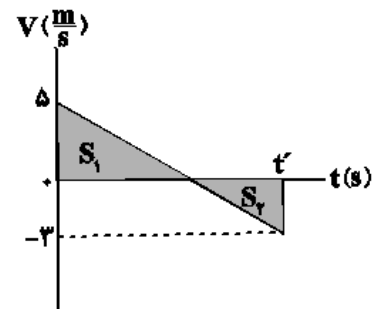


گزینه درست: ۲

سوال ۱

گزینه «۲»

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. از طرفی اگر نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان باشد، جابه‌جایی آن منفی است. با این توضیحات و تعریف سرعت متوسط و تندی متوسط و با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{25}{9}$$

$$\left. \begin{aligned} v_{av} &= \frac{\Delta x}{t'} \\ s_{av} &= \frac{\ell}{t'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2}$$

از طرفی با توجه تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2} = \frac{25 + 9}{25 - 9} = \frac{17}{8}$$

②

گزینه درست: ۴

سوال ۲

گزینه «۴»

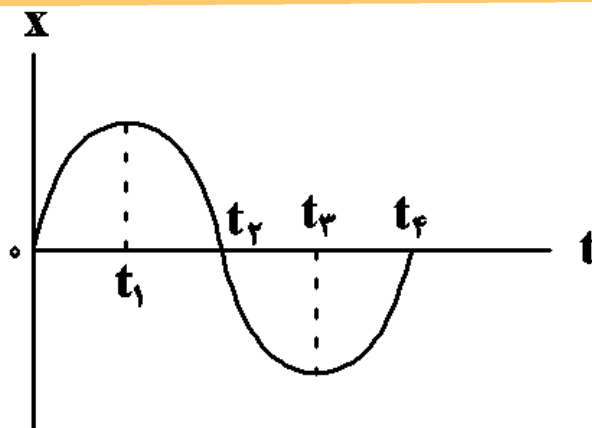
ابتدا سرعت حرکت قطار را بر حسب متر بر ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$v = 110/2 \frac{km}{h} = \frac{110/2}{3/6} \frac{m}{s} = 220/5 \frac{m}{s}$$

چون طول پل بزرگتر از طول قطار است، بنابراین در طول حرکت قطار روی پل، حتماً لحظه‌هایی وجود دارد که قطار به‌طور کامل روی پل قرار دارد. از لحظه‌ای که قطار در آستانه ورود به پل است تا لحظه‌ای که به‌طور کامل روی پل قرار می‌گیرد، قطار مسافتی را به اندازه طول خود طی می‌کند. این مدت زمان برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 196 = 220/5 t \Rightarrow t = 4.5 s$$

با همین استدلال برای لحظه‌ای که قطار در آستانه خروج از روی پل است تا زمانی که به‌طور کامل از روی پل عبور می‌کند، مدت زمان همان ۴.۵ s به‌دست می‌آید. بنابراین در مجموع قطار به مدت ۹ s به‌طور کامل روی پل قرار ندارد.

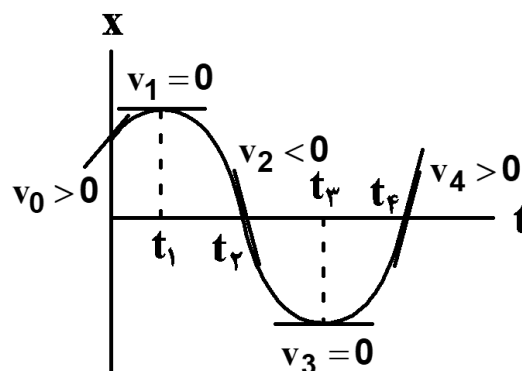


گزینه درست: ۳

سوال ۳

گزینه «۳»

می‌دانیم که در نمودار مکان - زمان، شیب خط مماس بر نمودار، سرعت متحرک را نشان می‌دهد. پس علامت سرعت را مطابق شکل در لحظه‌های صفر، t_1 ، t_2 ، t_3 و t_4 مشخص می‌کنیم.



از طرفی می‌دانیم وقتی متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن مثبت و وقتی در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن منفی است. در نتیجه با توجه به رابطه‌های $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ در بازه‌های داده شده، علامت v_{av} و a_{av} را مشخص می‌کنیم.

گزینه (۱)، بازه زمانی صفر تا t_1 :

$$\Delta x > 0 \Rightarrow v_{av} > 0, \quad a_{av} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \xrightarrow{v_1 > 0} a_{av} < 0$$

گزینه (۲)، بازه زمانی t_1 تا t_2 :

$$\Delta x < 0 \Rightarrow v_{av} < 0, \quad a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_2 < 0} a_{av} > 0$$

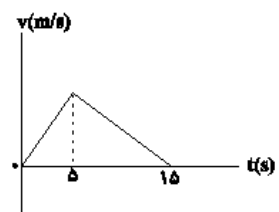
گزینه (۳)، بازه زمانی صفر تا t_2 :

$$\Delta x < 0 \Rightarrow v_{av} < 0, \quad a_{av} = \frac{v_3 - v_0}{\Delta t} \xrightarrow{v_3 > 0} a_{av} < 0$$

گزینه (۴)، بازه زمانی t_1 تا t_4 :

$$\Delta x < 0 \Rightarrow v_{av} < 0, \quad a_{av} = \frac{v_4 - v_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_4 > 0} a_{av} > 0$$

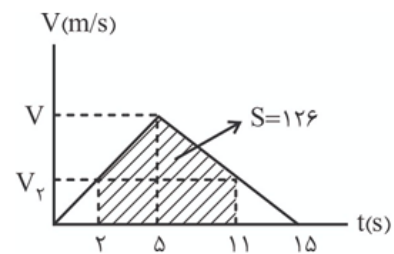
۴



گزینه درست: ۲

سوال ۴

گزینه «۲»



$$\rightarrow \frac{v}{v_2} = \frac{5}{2} \rightarrow \boxed{v = 0.4v}$$

$$\rightarrow v_2 = v_{11}$$

$$\rightarrow \frac{v}{v_{11}} = \frac{10}{4} \rightarrow \boxed{v = 0.4v}$$

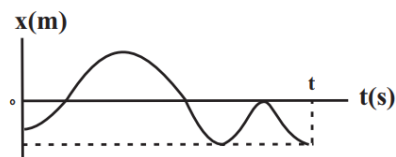
$$S_1 = \frac{(v_2 + v) \times 3}{2} = 2/1v$$

$$2/1v + 4/2v = 126 \rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

$$S_2 = \frac{(v_2 + v) \times 6}{2} = 4/2v$$

$$\frac{v_2}{v} = \frac{10}{3} \rightarrow v_{12} = 6 \frac{m}{s}$$

۵



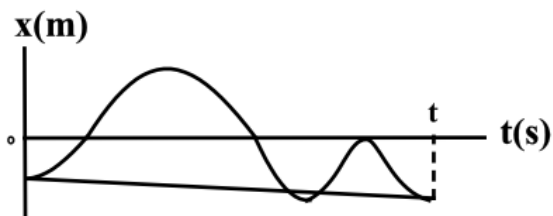
گزینه درست: ۲

سوال ۵

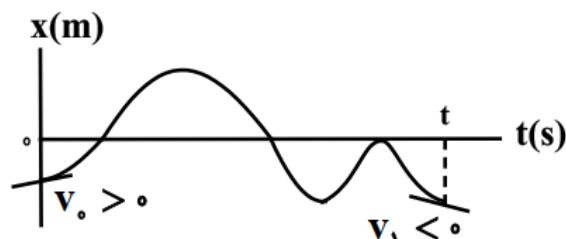
گزینه «۲»

به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

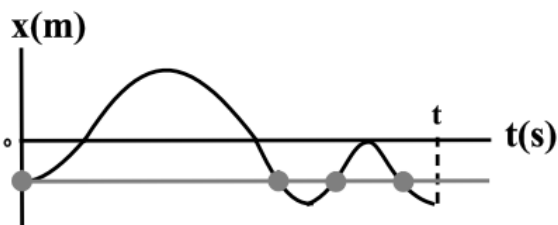
الف) صحیح، در نمودار مکان - زمان سرعت متوسط برابر با شیب خطی است که از نقطه ابتدایی به نقطه انتهایی وصل می‌شود. طبق شکل زیر، شیب خط منفی است، پس سرعت متوسط منفی است.



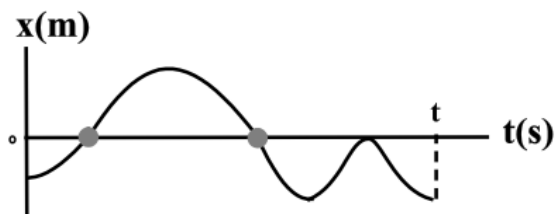
ب) غلط، طبق شکل زیر، در لحظه t سرعت مثبت و در لحظه t سرعت منفی است، پس در کل مدت زمان حرکت، تغییرات سرعت منفی است، در نتیجه شتاب متوسط منفی است.



پ) صحیح، طبق شکل زیر، متحرک بعد از شروع حرکت سه بار از مبدأ حرکت عبور می‌کند.



ت) غلط، زمانی که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، نمودار مکان-زمان محور افقی را قطع می‌کند، که طبق شکل زیر، این اتفاق دو بار رخ داده است. (مماس شدن بر نمودار افقی به معنی عبور از مبدأ مکان نیست و به معنی رسیدن به این مکان است.)



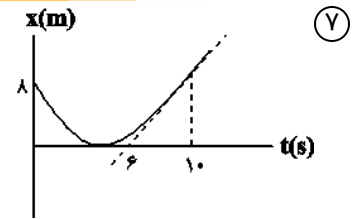
۶

گزینه درست: ۱

سوال ۶

گزینه «۱»

اگر متحرک در لحظه t تغییر جهت دهد، بردار جابه‌جایی آن در بازه t_1 تا t در خلاف جهت بردار جابه‌جایی آن در بازه t تا t_1 است و مسافت پیموده شده توسط متحرک در بازه t_1 تا t_2 بیش‌تر از جابه‌جایی آن است. اگر در لحظه t تغییر جهت ندهد و فقط برای یک لحظه ساکن شود و سپس به مسیر ادامه دهد، عبارت‌های «الف» و «ب» نادرست خواهند بود. جهت بردار مکان متحرک الزاماً در لحظه t عوض نمی‌شود و متحرک الزاماً از مبدأ مکان عبور نخواهد کرد.

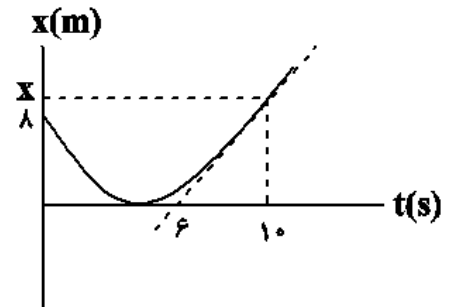


گزینه درست: ۲

سوال ۷

گزینه «۲»

در نمودار مکان- زمان، شیب مماس بر نمودار در یک لحظه، سرعت متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد. پس شیب مماس بر نمودار که در لحظه $t = ۱۰s$ رسم شده است، همان سرعت متحرک در لحظه $t = ۱۰s$ است.



طبق صورت سؤال داریم:

$$v_{10} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - ۸}{10 - ۶}$$

$$\Rightarrow \frac{x - ۸}{10 - ۶} = \frac{x - ۸}{4} = \frac{x - ۸}{10 - ۶} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{x - ۸}{4} \Rightarrow x = ۱۲m$$

$$\Rightarrow x = ۳x - ۲۴ \Rightarrow x = ۱۲m$$

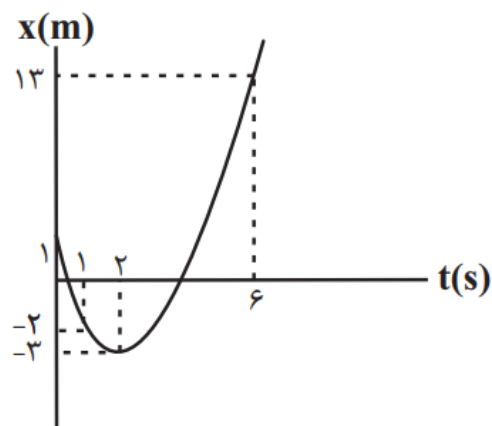
۸

گزینه درست: ۱

سوال ۸

گزینه «۱»

نمودار مکان - زمان حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



برای محاسبه تندی متوسط داریم:

$$\ell = |-3 - (-2)| + |13 - (-3)| = 17m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{4} \frac{m}{s}$$

برای محاسبه سرعت متوسط داریم:

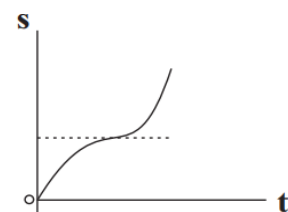
$$\Delta x = 13 - (-2) = 15m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{4} \frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$s_{av} - v_{av} = \frac{17}{4} - \frac{15}{4} = \frac{2}{4} \frac{m}{s}$$

۹



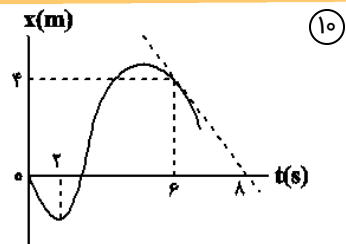
گزینه درست: ۴

سوال ۹

گزینه «۴»

طبق نمودار داده شده شیب مماس بر نمودار مسافت - زمان که معرف تندی است، ابتدا کاهش پیدا کرده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.

در تمامی گزینه‌ها به جز گزینه «۴» اندازه شیب مماس بر نمودار ابتدا کاهش پیدا کرده، صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.



گزینه درست: ۴

سوال ۱۰

گزینه «۴»

شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در $t = ۲s$ صفر است.

$$t_1 = ۲s \Rightarrow v_1 = ۰$$

$$t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = \text{شیب خط} = \frac{۰ - ۴}{۸ - ۶} = -\frac{۴}{۲} = -۲ \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲}{۴} = -\frac{۱}{۲} \frac{m}{s^۲}$$

۱۱

گزینه درست: ۱

سوال ۱۱

گزینه «۱»

ابتدا جابه‌جایی هر کدام از متحرک‌ها را در مدت زمان $\frac{1}{۶}h = ۱۵ \text{ min}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t = ۱۰۰ \times \frac{1}{۶} = ۲۵ km$$

$$\Delta x_۲ = v_۲ \Delta t = ۴۰ \times \frac{1}{۶} = ۱۰ km$$

وقتی دو متحرک برای دومین بار به فاصله $۵ km$ از هم می‌رسند یعنی در مدت زمان ۱۵ min به هم رسیده‌اند و به اندازه $۵ km$ هم از هم دور شده‌اند. با توجه به اینکه در مدت زمان ۱۵ min دو متحرک $۳۵ km$ را طی کرده‌اند، یعنی فاصله اولیه دو متحرک (فاصله دو شهر B و A) از هم $۳۰ km$ بوده است. مدت زمانی که طول می‌کشد که متحرک ۱ فاصله $۳۰ km$ بین دو شهر را طی کند از رابطه $\Delta x = v \Delta t$ به دست می‌آید:

$$\Delta x = v_1 \Delta t \xrightarrow[v_1 = ۱۰۰ \frac{km}{h}]{\Delta x = ۳۰ km} ۳۰ = ۱۰۰ \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{۳}{۱۰} h = ۱۸ \text{ min}$$

۱۲

گزینه درست: ۱

سوال ۱۲

گزینه «۱»

اگر m' جرم بطری خالی باشد، جرم آب برابر با $m_1 = ۳۰۰ - m'$ و جرم روغن برابر با $m_۲ = ۲۸۰ - m'$ است. حال با توجه به این واقعیت که حجم آب و حجم روغن با هم برابر است، می‌توان جرم بطری را به صورت زیر محاسبه کرد:

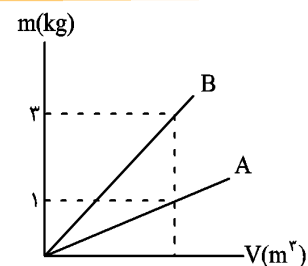
$$V_1 = V_۲ \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}}$$

$$\frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_۲}{\rho_۲} \xrightarrow[\rho_۲ = ۰/۸ \frac{g}{cm^۳}]{\rho_1 = ۱ \frac{g}{cm^۳}} \frac{۳۰۰ - m'}{۱} = \frac{۲۸۰ - m'}{۰/۸}$$

$$\Rightarrow ۲۴۰ - ۰/۸ m' = ۲۸۰ - m' \Rightarrow ۰/۲ m' = ۴۰$$

$$\Rightarrow m' = ۲۰۰ g$$

۱۳



گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

با توجه به رابطه چگالی $m = \rho V$ ، شیب نمودار جرم-حجم برای هر ماده برابر با چگالی آن ماده است.

$$\left. \begin{aligned} \rho_A &= \frac{m_A}{V_A} \rightarrow \rho_A = \frac{1}{V_A} \\ \rho_B &= \frac{m_B}{V_B} \rightarrow \rho_B = \frac{3}{V_B} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{V_A=V_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{3}$$

حال، چگالی آلیاژ را محاسبه می‌کنیم (دقت کنید که $V'_A = V'_B$ است):

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_A + m_B}{V'_A + V'_B} = \frac{\rho_A V'_A + \rho_B V'_B}{V'_A + V'_B} = \frac{(\rho_A + 3\rho_A)V'_A}{2V'_A}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = 2\rho_A \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_{\text{آلیاژ}}} = \frac{1}{2}$$

۱۴

گزینه درست: ۱

سوال ۱۴

گزینه «۱»

می‌دانیم که دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. در واقع می‌توان به جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به جای بقیه رقم‌ها، عدد صفر گذاشت و بدون تغییر جای ممیز، دقت اندازه‌گیری را به دست آورد. بنابراین در این سؤال داریم:

$$5/005mg \xrightarrow{\text{دقت اندازه گیری}} 0/001mg$$

بدین ترتیب، دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتال برابر است با:

$$0/001mg = 0/001 \times 10^{-3}g = 10^{-6}g = 1\mu g$$

۱۵

گزینه درست: ۲

سوال ۱۵

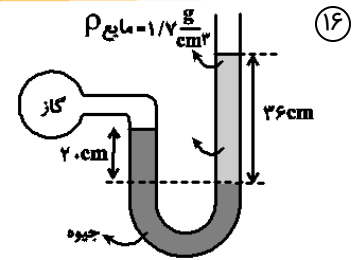
گزینه «۲»

طبق قاعده تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$1 \text{ سال} = 1 \text{ سال} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{24 \text{ h}}{\text{روز}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3/1536 \times 10^7 \text{ s}$$

$$1 \text{ سال نوری} = 3/1536 \times 10^7 \text{ s} \times \frac{3 \times 10^8 \text{ m}}{1 \text{ s}} \simeq 9/46 \times 10^{15} \text{ m}$$

$$\text{فاصله مورد نظر} = 2 \times 10^{26} \text{ m} \times \frac{1 \text{ ly}}{9/46 \times 10^{15} \text{ m}} \simeq 2/11 \times 10^{10} \text{ ly}$$

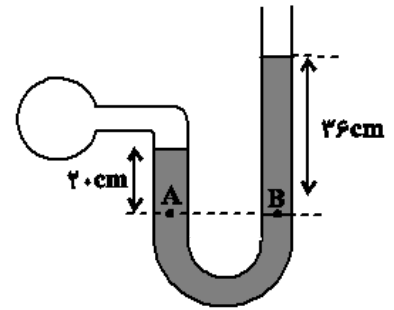


گزینه درست: ۴

سوال ۱۶

گزینه «۴»

فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است. بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + (\rho g h)_{\text{جووه}} = P_0 + (\rho g h)_{\text{مایع}}$$

از آنجا که سؤال، فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه خواسته، ابتدا باید فشار ستون مایع سمت راست را به $cmHg$ تبدیل کنیم:

$$(\rho g h)_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جووه}} g h$$

$$\Rightarrow 1/7 \times 36 = 13/6 \times h \Rightarrow h = 4/5 cm$$

پس می‌توان نوشت:

$$P_{\text{گاز}} + 20 cmHg = P_0 + 4/5 cmHg$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = 4/5 cmHg - 20 cmHg \Rightarrow P_g = -16/5 cmHg$$

۱۷

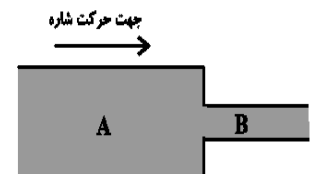
گزینه درست: ۱

سوال ۱۷

گزینه «۱»

برای جسمی که در سطح یک شاره شناور است، همواره اندازه نیروی شناوری وارد بر جسم که بالاسو است، با اندازه نیروی وزن وارد بر جسم که به سمت پایین است، برابر می‌باشد.

۱۸



گزینه درست: ۲

سوال ۱۸

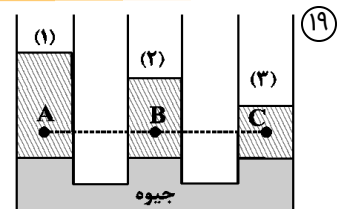
گزینه «۲»

تندی حرکت شاره: هر چه سطح مقطع لوله کمتر باشد، تندی حرکت شاره بیشتر است، پس: $v_B > v_A$

فشار شاره: طبق اصل برنولی، هر چه تندی حرکت شاره بیشتر باشد، فشار شاره کمتر است، پس: $P_A > P_B$

آهنگ شارش حجمی شاره: حجم شاره عبوری در واحد زمان یا همان آهنگ شارش حجمی شاره در تمامی مقطع لوله ثابت است.

جرم شاره عبوری در واحد زمان: چون شاره تراکم‌ناپذیر است و چگالی آن ثابت است، پس جرم شاره عبوری در واحد زمان نیز در تمامی مقطع لوله ثابت است.



گزینه درست: ۳

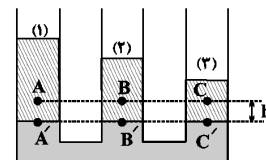
سوال ۱۹

گزینه «۳»

با توجه به این که جرم سه مایع یکسان است، مایعی که حجم کمتری دارد، چگالی بیشتری دارد. پس:

$$\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$$

طبق شکل زیر در نقاط A' ، B' ، C' فشار برابر است. زیرا این سه نقطه در یک مایع قرار داشته و هم ترازند.

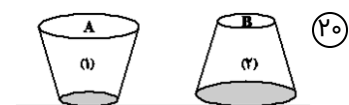


از هر سه نقطه به اندازه h بالا می‌آییم تا به نقاط A ، B و C برسیم. از فشار نقاط A' ، B' ، C' اندازه $\rho_1 gh$ ، $\rho_2 gh$ و $\rho_3 gh$ کم می‌شود تا به نقاط A ، B و C برسیم و چون $\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$ پس:

$$\rho_3 > \rho_2 > \rho_1 \Rightarrow \rho_3 gh > \rho_2 gh > \rho_1 gh$$

پس از فشار نقطه C' مقدار بیشتری کم شده، پس P_C از همه کمتر است و داریم:

$$P_A > P_B > P_C$$



گزینه درست: ۴

سوال ۲۰

گزینه «۴»

چون در هر دو ظرف ρ ، g و h یکسان‌اند، بنا به رابطه‌های $P = \rho gh$ و $P = \frac{F}{A}$ داریم:

$$F = PA \Rightarrow F = \rho gh A \xrightarrow[h = ثابت]{\rho = ثابت} \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A_2 > A_1} F_2 > F_1$$

برای اندازه نیروی وارد بر سطح زیر ظرف‌ها داریم:

$$\begin{cases} F'_1 = W_1 \\ F'_2 = W_2 \end{cases} \xrightarrow{W_1 = W_2} F'_1 = F'_2$$

برای فشار وارد بر کف ظرف‌ها از طرف مایع می‌توان نوشت:

$$P = \rho gh \xrightarrow[h_1 = h_2]{\rho_1 = \rho_2} P_1 = P_2$$

و برای فشار وارد بر سطح زیر ظرف‌ها داریم:

$$P' = \frac{W}{A} \xrightarrow{W_1 = W_2} \frac{P'_1}{P'_2} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A_2 > A_1} P'_1 > P'_2$$

(۲۱)

گزینه درست: ۴

سوال ۲۱

گزینه ۴

فشار پیمانه‌ای (اختلاف فشار بخار داخل دیگ و فشار هوا) برابر است با:

$$P_{\text{شد}} = P_0 + \frac{mg}{A} \Rightarrow P_g = P_{\text{شد}} - P_0 = \frac{mg}{A}$$

$$\xrightarrow[A=6mm^2]{g=10 \frac{m}{s^2}} 10^5 = \frac{m \times 10}{6 \times 10^{-6}} \Rightarrow m = 6 \times 10^{-2} kg = 60g$$

$$P_g = 10^5 Pa$$

(۲۲)

گزینه درست: ۴

سوال ۲۲

گزینه «۴»

کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌فشار از رابطه $W = -P\Delta V$ به دست می‌آید، داریم:

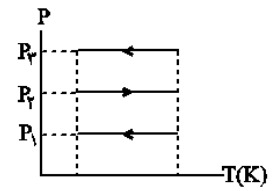
$$W = -P\Delta V = -P(V_f - V_i)$$

$$P = 1 \text{ atm} = 10^5 Pa, V_i = 1L = 10^{-3} m^3$$

$$V_f = V_i - \frac{V_0}{100} \quad V_i = \frac{1}{100} \quad V_f = \frac{1}{100} \times 10^{-3} m^3$$

$$W = -10^5 \left(\frac{1}{100} \times 10^{-3} - 10^{-3} \right) = 20J$$

(۲۳)



گزینه درست: ۴

سوال ۲۳

گزینه «۴»

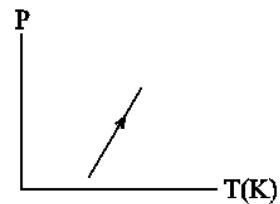
با توجه به نمودار، درمی‌یابیم که هر سه فرایند در فشار ثابت انجام شده‌اند که در نمودار $V-T$ ، فرایند هم‌فشار خطی است که امتداد آن از مبدأ محور مختصات عبور می‌کند (رد گزینه‌های (۱) و (۳)). از طرفی با توجه به معادله حالت $PV = nRT$ درمی‌یابیم که

$V = \frac{nR}{P}T$ است که هرچه شیب نمودار $V-T$ کمتر باشد، در حقیقت فشار آن بیشتر است؛ زیرا شیب خط با فشار رابطه عکس دارد.

پس با توجه به نمودار چون $P_2 > P_3 > P_1$ است، لذا با مقایسه شیب نمودار، آن‌ها در نمودار $V-T$ ، $\frac{nR}{P_2} < \frac{nR}{P_3} < \frac{nR}{P_1}$ شده و

درمی‌یابیم که نمودار گزینه «۴» صحیح است.

(۲۴)

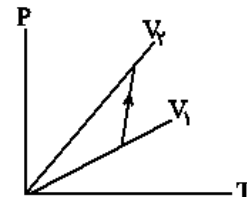


سوال ۲۴

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

دقت کنید که امتداد فرایند از مبدأ مختصات نمی‌گذرد؛ پس این فرایند، هم‌حجم نیست (رد گزینه ۳) و با رسم خطوطی از مبدأ مختصات به ابتدا و انتهای فرایند، حجم نقاط ابتدا و انتهای فرایند را مقایسه می‌کنیم.



با توجه به نمودار $P-T$ که شیب نمودار با حجم رابطه عکس دارد، درمی‌یابیم که $V_2 < V_1$ است، لذا گاز در این فرایند کاهش حجم داشته است و کار انجام شده روی آن مثبت است، پس درمی‌یابیم که گزینه ۱ صحیح است. دلیل نادرستی گزینه ۲ این است که در این فرایند دمای گاز افزایش یافته است، پس انرژی درونی آن نیز افزایش می‌یابد. با توجه به قانون اول ترمودینامیک، چون $\Delta U > 0$ است، لذا مجموع کار و گرمای مبادله شده صفر نیست که کار و گرما قرینه یکدیگر باشند (دلیل نادرستی گزینه ۴)

(۲۵)

گزینه «۲»

سوال ۲۵

گزینه درست: ۲

با توجه به رابطه بازده می‌توان ثابت کرد:

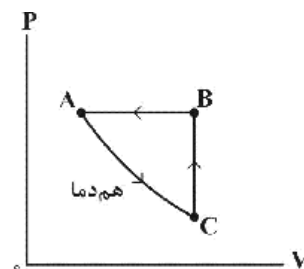
$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

$$Q_H = |W| + |Q_C|$$

طبق صورت سؤال: $|Q_C| = 0.4Q_H$

$$\eta = 1 - 0.4 = 0.6 \text{ یا } 60\%$$

(۲۶)



گزینه «۴»

سوال ۲۶

گزینه درست: ۴

فرایند BA ، فرایندی هم‌فشار است که طی آن حجم گاز کاهش یافته است، بنابراین در نمودار $V-T$ ، طبق رابطه $V = \frac{nR}{P}T$ ، امتداد این فرایند باید از مبدأ بگذرد. فرایند CB ، فرایندی هم‌حجم است که طی آن فشار گاز افزایش یافته و در نتیجه در نمودار $V-T$ ، طبق رابطه $P = \frac{nR}{V}T$ ، با افزایش فشار، دما نیز افزایش خواهد یافت. فرایند AC ، فرایندی هم‌دما است و بنابراین در نمودار $V-T$ به‌صورت خطی راست و قائم خواهد بود. با این توضیحات، شکل رسم شده در گزینه «۴» دارای این ویژگی‌ها است.

۲۷

سوال ۲۷

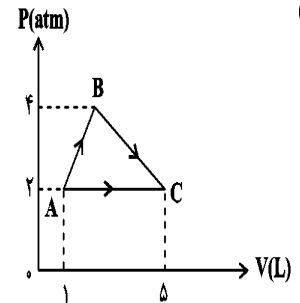
گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

عبارت گزینه (۴) نادرست است، در فرایند انبساط بی‌دررو، تغییرات انرژی درونی، منفی است.

انبساط بی‌دررو: $\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \xrightarrow{\Delta U = W} \Delta U < 0$

۲۸

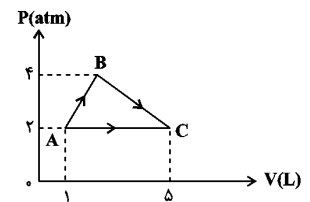


سوال ۲۸

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

مساحت زیر نمودار $A \rightarrow C$ را S_1 و مساحت داخل مثلث را S_2 در نظر می‌گیریم.



$$W_{A \rightarrow C} = -S_1 = -2 \times (5 - 1) \times 10^2 = -800 J$$

$$W_{\text{چرخه}} = -S_2 = -\frac{F \times V}{2} \times 100 = -400 J$$

$$W_{ABC} = -(S_1 + S_2) = -1200 J$$

کار انجام شده در فرایند ABC برابر با مجموع S_1 و S_2 است.

بنابراین:

$$\frac{W_{ABC}}{W_{AC}} = \frac{-1200}{-800} = \frac{3}{2}$$

گزینه «۲»

می‌دانیم رابطه قانون گازها به صورت زیر می‌باشد:

$$PV = nRT$$

از طرفی برای مقایسه حالت مقدار معینی از یک گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

در این رابطه، دما حتماً باید برحسب کلون جای‌گذاری شود ولی فشارها و حجم‌ها باید یکای یکسانی داشته باشند.

$$\begin{cases} T_1 = 273 + 27 = 300K, P_1 = 1atm \\ T_2 = 273 + 127 = 400K, P_2 = 2atm \end{cases}$$

با جای‌گذاری داریم:

$$\frac{1 \times V_1}{300} = \frac{2 \times V_2}{400} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3}$$

از طرفی می‌دانیم چگالی گاز با حجم آن نسبت عکس دارد. بنابراین:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{\rho_1 = 1/3 \frac{kg}{m^3}} \rho_2 = \frac{3}{2} \times 1/3 = 2/1 \frac{kg}{m^3}$$

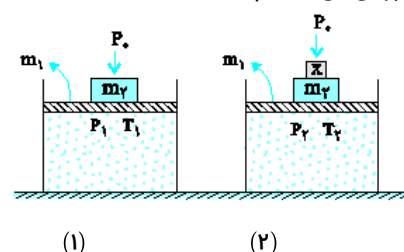


گزینه درست: ۱

سوال ۳۰

گزینه «۱»

در این مسأله، دمای گاز درون یک استوانه را از $T_1 = 300\text{ K}$ به $T_2 = 360\text{ K}$ افزایش داده‌ایم و می‌خواهیم مقدار جرم x را بیابیم که با افزودن آن، حجم ثابت بماند.



چون در دو حالت حجم گاز ثابت است، خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{\text{حجم ثابت}} \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad T_1 = 300\text{ K}, T_2 = 360\text{ K}$$

$$\frac{P_1}{300} = \frac{P_2}{360} \Rightarrow \frac{P_1}{5} = \frac{P_2}{6} \quad (1)$$

از طرف دیگر، فشار گاز محبوس در استوانه برابر است با مجموع فشار هوا و فشار حاصل از وزن تحمیل شده بر گاز، یعنی

$$P = P_0 + \frac{Mg}{A}$$

$$P_1 = P_0 + \frac{(m_1 + m_2)g}{A} \quad \xrightarrow{P_0 = 10^5\text{ Pa}, m_1 = 1\text{ kg}, m_2 = 2\text{ kg}}$$

$$P_1 = 10^5 + \frac{50}{5 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5\text{ Pa}$$

$$P_2 = P_0 + \frac{(m_1 + m_2 + x)g}{A} = 10^5 + \frac{10(5 + x)}{5 \times 10^{-2}}$$

$$= 10^5 + 2 \times 10^4(5 + x)$$

در نهایت داریم:

$$(1) : \frac{P_1}{5} = \frac{P_2}{6} \Rightarrow P_2 = \frac{6}{5}P_1 \Rightarrow 10^5 + 2 \times 10^4(5 + x) = \frac{6}{5} \times 2 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 10^5 + 2 \times 10^4(5 + x) = 2/5 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^4(5 + x) = 1/5 \times 10^5 \Rightarrow 5 + x = 5 \Rightarrow x = 2\text{ kg}$$

۱

سوال ۱ گزینه درست: ۴

برخی از دانشمندان بر این باورند که سر آغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهبانگ) همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است. در آن شرایط پس از پدید آمدن ذره‌های زیراتمی مانند الکترون، پروتون و نوترون عنصرهای هیدروژن و هلیوم پا به عرصه جهان گذاشتند. با گذشت زمان و با کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیوم متراکم شد و مجموعه‌های گازی به نام سحابی را به وجود آوردند. بعدها این سحابی‌ها سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند. واکنش‌های هسته‌ای انجام شده درون ستاره‌ها باعث ایجاد عنصرهای سبک و در پی آن عنصرهای سنگین‌تر شدند.

۲

سوال ۲ گزینه درست: ۱

همه ^{99}Tc موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود. از آن‌جا که نیم‌عمر آن کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد. از تکنسیم برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود.

۳

سوال ۳ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

هنگامی که پرتوهای خورشیدی به زمین می‌تابد، بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله زمین جذب می‌شوند. زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فرو سرخ از دست می‌دهد. بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هوا کره جذب می‌شوند.

۴

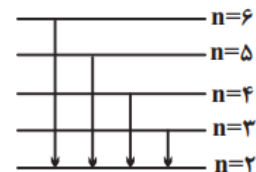
سوال ۴ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

عبارت اول: درست است، با توجه به طیف نشری خطی اتم هیدروژن با افزایش طول موج، فاصله بین خطوط افزایش می‌یابد

طول موج $410434486656(nm)$

عبارت دوم: درست است، با انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه $n = 2$ در اتم هیدروژن برانگیخته، خط طیفی رنگی ایجاد می‌شود.



جمله سوم، نادرست است، سطح انرژی لایه‌ها در هر عنصر منحصر به فرد است. جمله چهارم، نادرست است. هر بخش پررنگ در ساختار لایه‌ای، نشان‌دهنده ناحیه‌ای است که احتمال حضور الکترون بیشتر است.

۵

سوال ۵ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دو زیرلایه $2p$ و $3s$ دارای $n + l = 3$ هستند.

گزینه «۲»: اگر $n + l$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با n بزرگتر، انرژی بیشتری دارد.

گزینه «۳»: آرایش الکترونی برخی اتم‌ها از جمله کروم از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند و آخرین زیرلایه اسکاندیم ۲ می‌باشد.

گزینه «۴»: پر شدن زیرلایه‌ها علاوه بر عدد کوانتومی اصلی (n) به عدد کوانتومی فرعی (l) نیز وابسته است.

۶

سوال ۶ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینه «۲»: با افزایش ارتفاع و کاهش غلظت گازهای هواکره، در لایه‌های بالایی هواکره، پرتوهای پرانرژی فرابنفش خورشید،

مولکول‌های گازی را به اتم‌ها و ذره‌های چنداتمی با بار مثبت (O_2^+) و اتم‌ها را به یون‌های با بار مثبت تبدیل می‌کند.

گزینه «۴»: فراوان‌ترین ترکیب سازنده هوای پاک و خشک، CO_2 (گاز کربن دی‌اکسید) است که در رتبه چهارم قرار دارد. CO_2 ترکیب است نه عنصر.

۷

سوال ۷ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

تنها مورد ب صحیح است.

بررسی دیگر موارد:

الف) در شرایط مناسب هم عناصر فلزی و هم عناصر نافلزی در اکسیژن می‌سوزند.

ج) در سوختن زغال‌سنگ علاوه بر SO_2 و CO_2 ، بخار آب (حالت گازی شکل مولکول آب) نیز آزاد می‌شود.

د) واکنش شیمیایی‌ای که در آن یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش دهد سوختن نامیده می‌شود، ولی اگر این واکنش به کندی صورت گیرد نام سوختن را به خود نمی‌گیرد.

۸

سوال ۸ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

با توجه به فرمول XSO_4 ، یون فلز X به صورت X^{2+} است و فرمول CaY نیز نشان می‌دهد یون Y به صورت Y^{2-} است. بنابراین فرمول‌های درست در گزینه‌ها به صورت زیر است:

گزینه «۱»: $K_2Y, X(NO_3)_2$

گزینه «۲»: FeY یا Fe_2Y_3 و XO

گزینه «۳»: Al_2Y_3, XY

گزینه «۴»: XCl_2, MgY

۹

سوال ۹ گزینه درست: ۱

بررسی پرسش‌ها:

الف) لایه سوم دارای سه زیرلایه $3d$ ، $3p$ ، $3s$ است که مجموع $(n + l)$ در آن‌ها برابر با ۱۲ است.

ب) لایه چهارم الکترونی ($n = 4$)، دارای ۴ زیر لایه با عددهای کوانتومی فرعی ۰، ۱، ۲ و ۳ است.

پ) اولین لایه الکترونی اتم دارای گنجایش ۲ الکترون است که با شمار عنصرها در دوره اول جدول دوره‌ای برابر است.

۱۰

گزینه درست: ۴

سوال ۱۰

گزینه «۴»

آرایش الکترونی عنصر X به صورت زیر است:

$${}_{15}X = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$$

بنابراین آرایش الکترونی فشرده آن به صورت زیر است:

$${}_{15}X = [{}_{10}Ne] 3s^2 3p^3$$

۱۱

گزینه درست: ۲

سوال ۱۱

گزینه ۲

$$\begin{aligned} \text{آب دریا (در } 1 \text{ ton)} &= 30 \text{ روز} \times \frac{270 \text{ kg Mg}}{\text{روز}} \times \frac{1000 \text{ g Mg}}{1 \text{ kg Mg}} \\ &\times \frac{10^6 \text{ g (آب دریا)}}{1350 \text{ g Mg}} \times \frac{1 \text{ ton}}{10^6 \text{ g}} \times \frac{100}{80} = 7500 \text{ ton (آب دریا)} \end{aligned}$$

۱۲

گزینه درست: ۲

سوال ۱۲

گزینه «۲»

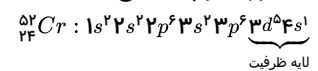
۱۳

گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

فقط مورد دوم صحیح است.



تعداد الکترون‌های موجود در لایه ظرفیت: ۶ الکترون

شماره گروه: ۶

شماره دوره: ۴

۱۴

گزینه درست: ۱

سوال ۱۴

گزینه «۱»

$$\begin{aligned} ?g CH_3OH &= 48/16 \times 10^{22} \text{ atom H} \times \frac{1 \text{ mol H}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom H}} \times \\ &\frac{1 \text{ mol CH}_3OH}{4 \text{ mol H}} \times \frac{32 \text{ g CH}_3OH}{1 \text{ mol CH}_3OH} = 6/4 \text{ g CH}_3OH \end{aligned}$$

۱۵

گزینه درست: ۲

سوال ۱۵

گاز نجیب دوره چهارم جدول، ${}_{36}K$ است.

$$\left. \begin{aligned} N &= a - b \\ N - e &= 6 \\ b &= 36 - 3 = 33 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 + e = a - b \Rightarrow 6 + b = a - b$$

$$\Rightarrow a = 6 + 2b$$

$$\Rightarrow a = 72$$

$$\Rightarrow a + b = 72 + 33 = 105$$

۱۶

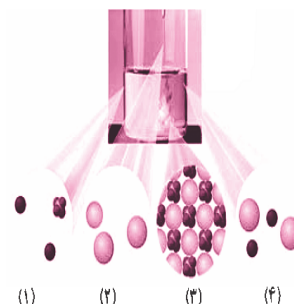
گزینه درست: ۱

سوال ۱۶

گزینه «۱»

هیدروژن دارای ۷ ایزوتوپ است که در بین آن‌ها، ۵ ایزوتوپ پرتوزا و ناپایدار هستند و در میان ۳ ایزوتوپ طبیعی هیدروژن فقط یکی از آن‌ها پرتوزا است.

۱۷

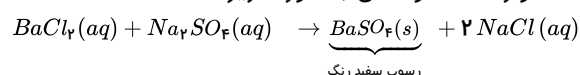


گزینه درست: ۱

سوال ۱۷

گزینه «۱»

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها به واکنش‌دهنده‌ها برابر $\frac{3}{4}$ می‌باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۲»: تصاویر (۱) تا (۴) به ترتیب محلول سدیم سولفات، محلول باریم کلرید، رسوب باریم سولفات و محلول سدیم کلرید را نمایش می‌دهند.

گزینه «۳»: طی واکنش، رسوب باریم سولفات ایجاد می‌شود. از این واکنش می‌توان برای شناسایی یون Ba^{2+} در محلول‌های آبی استفاده کرد.

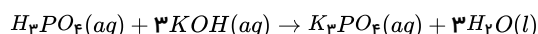
گزینه «۴»: رنگ رسوب‌های نقره کلرید و باریم سولفات سفید می‌باشد.

۱۸

گزینه درست: ۲

سوال ۱۸

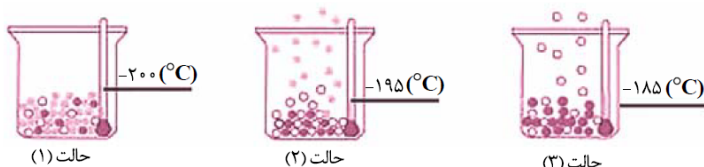
گزینه «۲»



$$? \text{ mol } KOH = 53 \text{ g } K_3PO_4 \times \frac{1 \text{ mol } K_3PO_4}{212 \text{ g } K_3PO_4} \times \frac{3 \text{ mol } KOH}{1 \text{ mol } K_3PO_4} = 0.75$$

$$\text{مولاریته } KOH = \frac{n}{v} = \frac{0.75 \text{ mol}}{0.2 \text{ L}} = 3.75 \text{ mol } \cdot L^{-1}$$

۱۹



گزینه درست: ۲

سوال ۱۹

گزینه «۲»

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) گاز هلیوم به عنوان خنک‌کننده قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های MRI کاربرد دارد که در هوای مایع وجود ندارد.
پ) در حالت (۲) گاز نیتروژن که برای پرکردن تایر خودروها استفاده می‌شود، در دمای $-196^\circ C$ تبخیر می‌شود.

(۲۰)

سوال ۲۰

گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

پرتو با دمای ۲۷۵۰ درجه سلسیوس بیشترین انرژی و بیشترین شکست از منشور را دارد.

(۲۱)

سوال ۲۱

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

تنها عبارت چهارم نادرست است. تغییرات دمایی هواکره با افزایش ارتفاع از سطح زمین نامنظم است.

(۲۲)

سوال ۲۲

گزینه درست: ۳

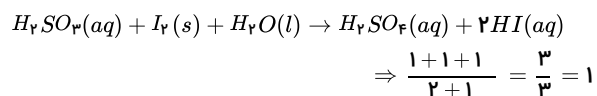
مطابق تعریف جرم اتمها را با وزنه‌ای می‌سنجند که جرم آن $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ کربن ۱۲ است که این وزنه همان یکای جرم اتمی (amu یا u) است. برای نمونه جرم اتمی H برابر ۱/۰۰۸u می‌باشد.

(۲۳)

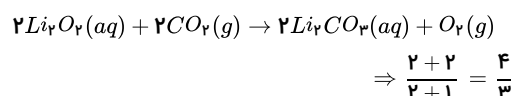
سوال ۲۳

گزینه درست: ۲

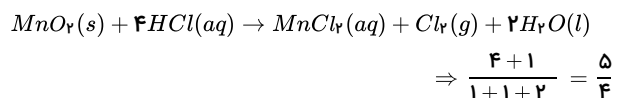
گزینه‌ی «۱»:



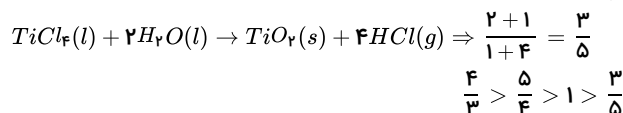
گزینه‌ی «۲»:



گزینه‌ی «۳»:



گزینه‌ی «۴»:



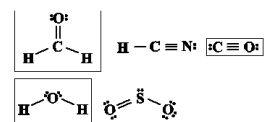
(۲۴)

سوال ۲۴

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ساختار لوویس ترکیبات مذکور به صورت زیر است:



(۲۵)

سوال ۲۵

گزینه درست: ۴

نماد الکترون، پروتون، نوترون به ترتیب به صورت 0_0e و 1_1p و 1_0n نوشته می‌شود.